

УДК 519.63 : 551.345

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕРМИЧЕСКОГО РЕЖИМА МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ

П. П. Пермяков^{1,2}, Т. А. Афанасьева¹, С. П. Варламов¹, П. Н. Скрыбин¹

¹ *Институт мерзлотоведения им. П. И. Мельникова СО РАН, г. Якутск*

² *Институт физико-технических проблем Севера им. В. П. Ларионова СО РАН, г. Якутск*

E-mail: permyakov2005@mail.ru

Предложен новый алгоритм определения плотности теплового потока на поверхности грунта, где достоверность численного моделирования термического режима грунтов достигается благодаря совершенствованию граничных условий. Показана работоспособность данного алгоритма для расчетных модельных задач с точным решением. Рассмотрена зависимость определения плотности теплового потока для точных значений входных температур от различных начальных приближений искомых параметров и расположений термических датчиков по глубине. Определена плотность теплового потока на естественных и оголенных экспериментальных площадках. Предложенный алгоритм рекомендуется использовать для определения плотности теплового потока при моделировании термического состояния мерзлых грунтов.

Ключевые слова: мерзлые грунты, температура грунтов, обратная задача теплопроводности, тепловой поток.

ВВЕДЕНИЕ

Оценка термического состояния мерзлых грунтов при изменении климата и техногенеза является актуальной задачей геофизиологии. Нарушения природных условий (вырубка леса, удаление снежного и напочвенного покрова, развитие растительности) приводят к изменению геофизиологических условий, развитию негативных криогенных процессов, угрожающих устойчивости инженерных сооружений. Для численного прогноза процесса промерзания и протаивания мерзлых грунтов необходимы исходные данные, как начальные, так и граничные условия. Правильный выбор исходных данных теплообмена повышает достоверность прогноза.

В реальных условиях граничное условие на поверхности зависит от многих параметров: растительности, суммарной солнечной радиации, альbedo поверхности, скорости ветра, высоты снега и т. д. Восстановлением граничных условий на мерзлых грунтах занимались многие исследователи (Павлов и др., 2010), но проблема остается открытой.

Восстановление граничных условий относится к классу некорректных задач (Самарский, Ва-

бищевич, 2009). Решение осуществляется специальными регуляризирующими алгоритмами (Алифанов и др., 1998; Самарский, Вабищевич, 2009; Woodbury et al., 2014; Hamidreza et al., 2015) с дополнительными замерами температуры внутри исследуемого объекта.

Методы обратных задач в последние десятилетия нашли широкое применение в различных областях науки и практики (Алифанов и др., 1998). Целью данной работы является разработка методики для определения одного из параметров граничных условий (плотности теплового потока) на поверхности мерзлых грунтов со специальными натурными экспериментами.

ОБЪЕКТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Для восстановления искомых параметров проведены специальные натурные наблюдения на теплосбалансовом стационаре «Якутск», позднее переименованном в стационар «Туймаада».

Стационар «Туймаада» расположен на второй надпойменной террасе р. Лена в зоне сплошного распространения многолетнемерзлых пород. На разнотравном лугу мощность сезонно-талого слоя грунтов за 1995–2016 гг. изменяется от 1,82 до 1,90 м, средняя годовая температура грунтов (t_0) на глубине 10 м варьирует от -2,3 до -1,4°C.

Естественная площадка организована на разнотравном лугу. Снежный покров сохранился в

ненарушенном состоянии. Литологический разрез грунтов в слое годовых теплооборотов следующий: до 0,2–0,3 м – дерново-растительный слой; с 0,3 до 0,6 м – супесь (алевриты); 0,6–2,2 м – мелкозернистый песок; 2,2–8,5 м – мелкозернистый песок с растительным детритом; 8,5–10,0 м – песок гравелистый. На оголенной площадке удален верхний дерново-растительный слой, а в холодный период года снежный покров регулярно счищался.

На территории Института мерзлотоведения СО РАН в начале ноября 2014 г. были начаты наблюдения за гидротермическим режимом и глубиной сезонного протаивания грунтов на двух экспериментальных площадках: первая на разнотравно-злаковом лугу, вторая – с удалением снежного и напочвенного покровов (рис. 1, 2). Обе площадки характеризуются одинаковым литологическим составом, но различаются распределением влажности по глубине и по времени.

На площадках пробурены скважины и для режимных наблюдений оборудованы термодатчи-



Рис. 1. Территория научно-экспериментального стационара «Туймаада» ИМЗ СО РАН. Цифрами показаны расположения контрольной (2) и экспериментальной (1) площадок, а также метеостанции (3)

Fig. 1. Layout of the Tuymaada Station area. Numbers show locations of the control site (2), the test site (1), and the automated weather station (3)

ками логгерной системы НОВО. Регистраторы температуры были установлены на поверхности грунта 0 см и на стандартных глубинах – 20, 40, 80, 120, 160, 240 и 320 см. Для надежности и кон-



а

б

Рис. 2. Площадка с нарушенными условиями (удалена растительность) (а) и контрольная площадка в естественных условиях (б) летом и зимой

Fig. 2. The disturbed site (vegetation removed) (a) and the undisturbed control site (b) in the summer- and wintertime

троля температурных измерений логгером были дополнительно установлены полупроводниковые терморезисторы ММТ-4 на глубине 160 и 320 см. Данные измерений с дискретностью 1 ч фиксировались на запоминающем устройстве. На естественной площадке велись наблюдения за высотой снежного покрова и температурой снега на отметках 0,1–0,2 м. Глубину сезонного протаивания определяли методом ручного бурения. На естественной и нарушенной площадках также были отобраны пробы почвогрунтов на определение их влажности и плотности, теплофизических характеристик (теплоемкость, коэффициент теплопроводности) и гранулометрического состава.

Таблица 1. Теплофизические характеристики почвогрунтов

Table 1. Soil thermophysical characteristics

Глубина, м	Разрез	Влажность, %	Плотность грунта, кг/м ³	Теплопроводность, Вт/(м·К)		Объемная теплоемкость, С·10 ⁻³ кДж/(м ³ ·К)	
				λ_t^*	λ_m	C_t	C_m
0,0–0,3	Почвенно-растительный слой	17	1280	0,35	0,44	1,88	1,46
0,3–0,6	Супесь (алевриты)	9	1420	0,81	0,95	1,76	1,67
0,6–2,2	Песок мелкозернистый	10	1420	1,20	1,43	1,55	1,25
2,2–8,5	Песок мелкозернистый мерзлый	25	1450	1,95	2,45	2,42	1,69
8,5–10,0	Песок гравелистый мерзлый	20	1500	1,95	2,45	2,30	1,65

Примечание. т – талый; м – мерзлый.

Таблица 2. Температура воздуха (°С) и высота снега (м) на площадке «Луг» стационара «Туймаада»

Table 2. Air temperature (°C) and snow depth (m) at the Meadow Site, Tuymaada Station

Год	Окт.	Нояб.	Дек.	Янв.	Февр.	Март	Апр.	Май	Июнь	Июль	Авг.	Сент.
Температура воздуха, °С												
1970/71	-11,7	-29,1	-41,8	-43,3	-37,7	-21,3	-6,7	8,8	16,3	19,8	14,8	7,0
2015/16	-7,0	-24,6	-34,3	-34,8	-35,0	-14,8	-0,1	7,6	16,0	18,1	13,4	6,9
Высота снега, м												
1970/71	0,09	0,28	0,38	0,39	0,40	0,37	0,35	–	–	–	–	–
2015/16	0,03	0,15	0,23	0,27	0,31	0,30	0,07	–	–	–	–	–

Примечание. Прочерк – данные отсутствуют.

В результате выполненных работ был получен полный объем данных о гранулометрическом составе, плотности, влажности и теплофизических характеристиках грунтов низкой надпойменной террасы р. Лена для типичных геокриологических и климатических условий Центральной Якутии. Влажность, плотность и основные теплофизические свойства грунтов являются осредненными за теплое время года с мая по сентябрь (табл. 1; Жирков и др., 2016).

По данным наблюдений установлено, что в летний период поверхность оголенной площадки в среднем теплее на 0,8°С, чем на площадке с луговой растительностью. В холодный период (ноябрь – апрель) отепляющее влияние снежного покрова составило в среднем 7,7°С. Средняя годовая температура многолетнемерзлых грунтов на оголенной площадке на 1,5–1,7°С ниже, чем на лугу.

В непосредственной близости от площадок на расстоянии 100 м расположена метеостанция Северо-Восточного федерального университета и ИМЗ СО РАН (см. рис. 1), исходные данные которых по температуре воздуха и осадкам (табл. 2) использовались в работе.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

Математическая модель температурного поля мерзлых грунтов с учетом фазового перехода поровой воды имеет вид (Пермяков, 1989):

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^n \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad R_1 < r < R_2, \quad (1)$$

$$0 < \tau \leq \tau_m,$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \quad r = R_2, \quad 0 < \tau \leq \tau_m, \quad (2)$$

$$T(r, 0) = T^0(r), \quad R_1 \leq r \leq R_2, \quad (3)$$

где c – эффективная теплоемкость грунта с учетом фазового перехода в спектре температур, Дж/(кг · К); ρ – плотность грунта, кг/м³; T – температура, К; λ – теплопроводность грунта, Вт/(м·К); r – пространственная координата, м; $n = 0, 1, 2$ – соответствует декартовой, цилиндрической и сферической координатам; R_1, R_2 – границы области; τ – время, с; τ_m – правое граничное значение временного интервала.

Требуется восстановить одно из граничных условий II рода на левой границе при $r = R_1$:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = q(\tau), \quad r = R_1, \quad 0 < \tau \leq \tau_m, \quad (4)$$

где $q(\tau)$ – тепловой поток, зависящий от времени.

Температуры, измеренные внутри образца по времени, являются дополнительными данными для решения обратной задачи:

$$T(r_i, \tau) = T_i^{\text{э}}(\tau), \quad i = \overline{1, n_T}, \quad (5)$$

где n_T – число установленных термических датчиков.

Введем в рассмотрение функционал среднеквадратичного отклонения расчетных (полученных с помощью модели (1)–(4)) и экспериментально измеренных (5) температур:

$$J(u) = \sum_{i=1}^{n_T} \int_0^{\tau_m} \rho_i(\tau) (T(u, r_i, \tau) - T_i^{\text{э}}(r_i, \tau))^2 d\tau, \quad (6)$$

где $\rho_i(\tau)$ – весовые множители с размерностью К⁻² · с⁻¹; $T(r_i, \tau), T_i^{\text{э}}(r_i, \tau)$ – расчетная и замеренная температуры в i -й точке мерзлого массива.

При численном моделировании использован итерационный алгоритм регуляризации для восстановления искомого параметра математической модели теплопроводности в мерзлых грунтах. Предполагается, что условия единственности решения обратной задачи выполнены. В настоящее время применительно к нелинейным задачам не существует полных теоретических результатов по устойчивости итерационных алгоритмов. Тем не менее результаты вычислительных экспериментов показывают высокую эффективность метода итеративной регуляризации и возможность решения с его помощью широкого спектра нелинейных задач (Алифанов и др., 2014).

Искомая функция может быть определена путем минимизации функционала (6) градиентными методами:

$$u^{s+1} = u^s - \beta_s S^s, \quad s = 0, 1, \dots,$$

$$S^s = J'(u^s) - \gamma_s S^{s-1}, \quad S^0 = J'(u^0), \quad \gamma_0 = 0. \quad (7)$$

Коэффициент β_s , определяющий глубину спуска при переходе к следующему приближению, находится из условия

$$\min_{\beta \geq 0} J(u^s - \beta S^s). \quad (8)$$

Используя предложенный алгоритм (1)–(8), осуществили численное определение плотности теплового потока на поверхностях естественных и оголенных экспериментальных площадок.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ

Проведена проверка работоспособности и достоверности предложенных алгоритмов для расчетных модельных задач с точным решением. Рассмотрено влияние расположения термических датчиков и различных начальных приближений искомых параметров на определение плотности теплового потока при точных значениях входных температур.

Пример 1. Исследуемый грунт представлен мерзлой супесью с начальной влажностью $\omega^0 = 20\%$ и высотой 1 м. На поверхности грунта плотность теплового потока задается следующим образом:

$$q(\tau) = q_0 + q_1 \sin(2\tau\pi/\tau_m),$$

где $\rho = 1300$ кг/м³; $R_1 = 0,0$ м; $R_2 = 1,0$ м; $T^0(r) = -2^\circ\text{C}$; $q_0 = 0$; $q_1 = 12$; $\tau_m = 730$ ч.

В качестве $T_i^{\text{э}}(\tau)$, использовалось численное решение прямой задачи на глубине $r_1 = 0,025$ м, $r_2 = 0,075$ м (табл. 3).

На рис. 3 приведены результаты восстановления плотности теплового потока на поверхности исследуемой области для точных значений входных температур при различных начальных приближениях искомых параметров. Видно, что достоверность восстановления методом сопряженных градиентов не зависит от способа задания начальных значений искомых параметров и количества задаваемых датчиков, т. е. для расчета достаточно одного датчика замеров.

Пример 2. Рассмотрено определение теплового потока на стационаре «Туймаада». Начальное распределение температуры соответствует фактическим наблюдениям на стационаре. В качестве $T_i^{\text{э}}(r_i, \tau)$ приведены измерения температуры на глубине 0,2 м.

Из графика определения плотности теплового потока на поверхности разнотравного луга и оголенной площадки (рис. 4) видно, что процесс промерзания на оголенной площадке (кривая 1) идет более интенсивно, чем на разнотравном лугу (кривая 2).

Таблица 3. Динамика температуры грунтов во времени

Table 3. Temporal variations of soil temperatures

τ , ч	0	36,5	73	109,5	146	182,5	219
$T_1^{\ominus}(\tau)$, °C	-2,0	-1,4	-1,0	-0,8	-0,5	-0,2	0,1
$T_2^{\ominus}(\tau)$, °C	-2,0	-1,5	-1,2	-1,0	-0,8	-0,6	-0,5
τ , ч	255,5	292	382,5	365	401,5	438	474,5
$T_1^{\ominus}(\tau)$, °C	0,2	0,2	0,1	-0,1	-0,3	-0,5	-0,8
$T_2^{\ominus}(\tau)$, °C	-0,3	-0,2	-0,2	-0,2	-0,3	-0,4	-0,6
τ , ч	511	547,5	584	620,5	657	693,5	730
$T_1^{\ominus}(\tau)$, °C	-1,4	-2,3	-3,2	-3,8	-4,0	-3,9	-3,4
$T_2^{\ominus}(\tau)$, °C	-0,9	-1,8	-2,7	-3,3	-3,7	-3,7	-3,3

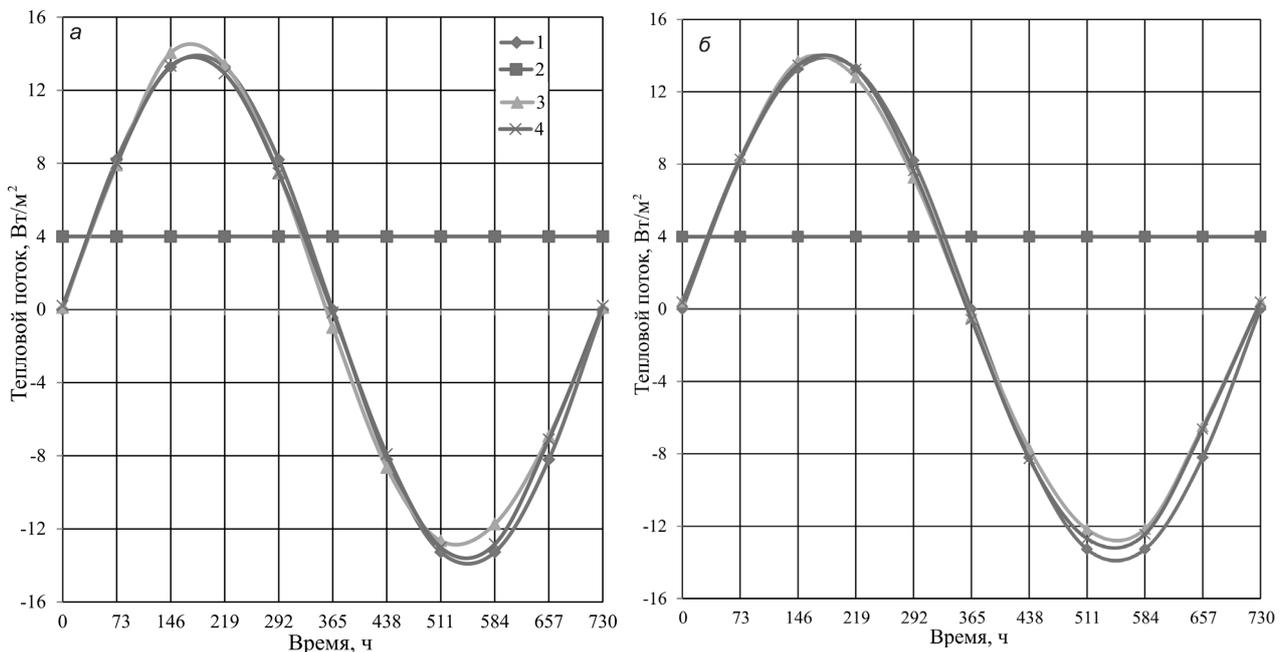


Рис. 3. Определение плотности теплового потока $q(\tau)$ при двух датчиках на глубине 0,025 и 0,075 м (а) и при одном датчике на глубине 0,025 м (б): 1 – точное решение; 2 – начальное приближение; 3 – определение при нулевом начальном приближении; 4 – определение при начальном приближении 2

Fig. 3. Determination of the heat flow density $q(\tau)$ with two sensors at the depths of 0.025 and 0.075 m (a) and with one sensor at 0.025 m (b): 1 – exact solution; 2 – initial approximation; 3 – determination at the zero initial approximation; 4 – determination at initial approximation 2

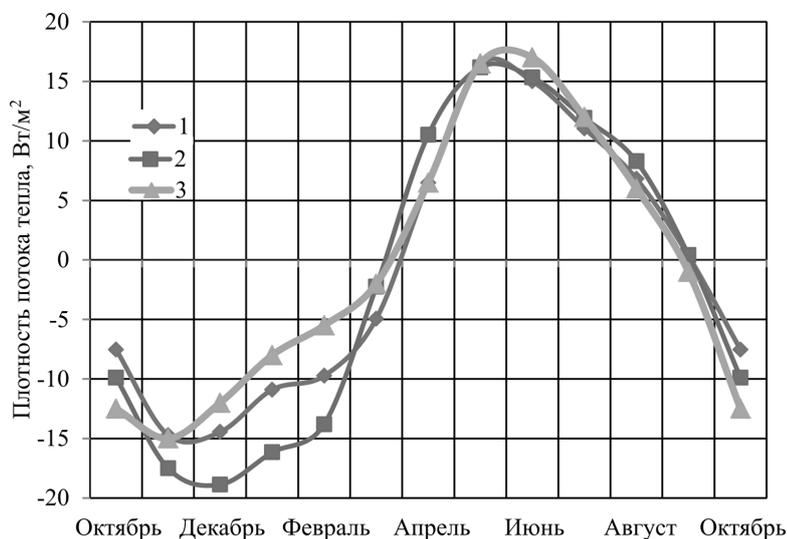


Рис. 4. Годовой ход тепловых потоков на поверхности разнотравного луга (1), оголенной площадки (2) и по данным А. В. Павлова (1979) (3)

Fig. 4. Annual variation of heat flows on the surface of an herb meadow (1), bare site (2), and after A. V. Pavlov (Павлов, 1979) (3)

В марте-апреле тепловой поток интенсивно поступает на оголенный участок, а летом интенсивность потока практически одинакова. Кривая 3, отражающая плотность теплового потока, определена численным методом по данным теплосбалансового наблюдения (Павлов, 1975, 1979).

Из рис. 4 видно, что зимой абсолютное значение плотности теплового потока, по данным А. В. Павлова, ниже по сравнению с результатами наших наблюдений. При этом интенсивность теплового потока зависит от теплоизоляционных свойств снега, которые определяются высотой и структурой снежного покрова. Структура снежного покрова зависит от плотности, температуры, водяного пара и т. д. В летний период плотности теплового потока сильно не отличаются, зато проявляется затеняющее влияние растительности.

Для проверки достоверности предложенного алгоритма приведены результаты сравнительного численного эксперимента с натурными данными (рис. 5).

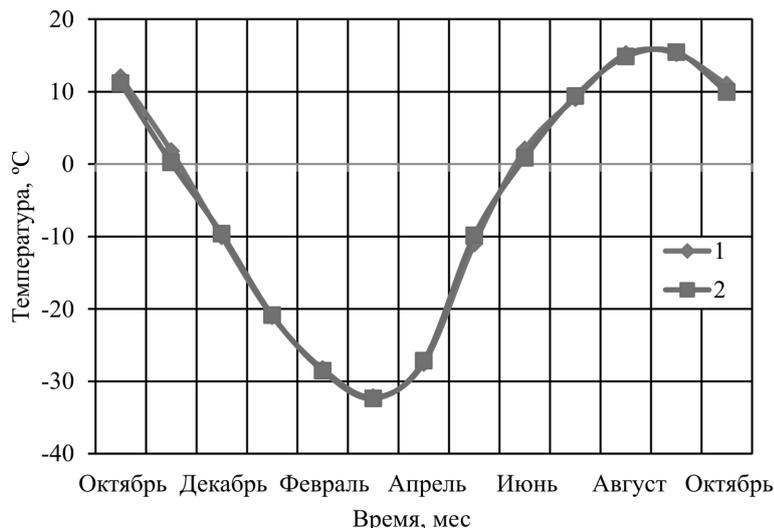


Рис. 5. Годовой ход температуры на оголенной площадке на глубине 0,2 м по данным наблюдений (2) и численного расчета (1)

Fig. 5. Annual temperature variation at the bare site at the depth of 0.2 m: observed (2) and estimated (1)

Результаты сравнительного анализа показали соответствие с натурными данными, т. е. искомый параметр можно находить из минимума целевого функционала.

ВЫВОДЫ

Из численного эксперимента на модельной задаче с точным решением следует, что точность восстановления не зависит от способа задания на-

чальных значений искомых параметров и количества регистраторов замера. На основе решений разных вариантов установлено, что для расчета достаточны данные одного термического датчика, расположенного вблизи поверхности грунта.

Годовой ход тепловых потоков определяется динамикой параметров снежного покрова и температуры воздуха. Предложенный алгоритм можно использовать для восстановления теплового потока в мерзлых грунтах при моделировании термического состояния техногенных территорий.

ЛИТЕРАТУРА

Алифанов О. М., Будник С. А., Ненарокомов А. В., Нетелев А. В. Диагностика теплового воздействия на лобовой экран спускаемого аппарата методом обратных задач // Тр. шестой Рос. нац. конф. по теплообмену. – М.: МЭИ, 2014. – С. 1280–1283.

Алифанов О. М., Артюхин Е. А., Румянцев С. В. Экстремальные методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1998. – 288 с.

Жирков А. Ф., Варламов С. П., Железняк М. Н. Результаты годичного цикла наблюдений температурного режима грунтов в естественных условиях и при нарушении покровов // Материалы пятой конференции геокриологов России. – М.: Университ. книга, 2016. – Ч. 6. – С. 52–58.

Павлов А. В., Перлытейн Г. З., Тупенко Г. С. Актуальные аспекты моделирования и прогноза термического состояния криолитозоны в условиях меняющегося климата // Криосфера Земли. – 2010. – Т. 14, № 1. – С. 3–12.

Павлов А. В. Теплообмен почвы с атмосферой в северных и умеренных широтах территории СССР. – Якутск: Кн. изд-во, 1975. – 304 с.

Павлов А. В. Теплофизика ландшафтов. – Новосибирск: Наука, 1979. – 284 с.

Пермяков П. П. Идентификация параметров математической модели тепло-влажноперевода в мерзлых грунтах. – Новосибирск: Наука, 1989. – 86 с.

Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Численные методы решения обратных задач математической физики. – М.: Изд-во ЛКИ, 2009. – 480 с.

Hamidreza Najafi, Woodbury K. A., Beck J. V. A filter based solution for inverse heat conduction problems in multi-layer mediums // Intern. Journal of Heat and Mass Transfer. – 2015. – Vol. 83. – P. 710–720.

Woodbury K. A., Beck J. V., Hamidreza Najafi. Filter solution of inverse heat conduction problem using measured temperature history as remote boundary condition // Ibid. – 2014. – Vol. 72. – P. 139–147.

DETERMINING BOUNDARY CONDITIONS IN MODELING THE THERMAL REGIME OF FROZEN SOILS

P. P. Permyakov^{1,2}, T. A. Afanasyeva¹, S. P. Varlamov¹, P. N. Skryabin¹

¹ *Melnikov Permafrost Institute SB RAS, Yakutsk*

² *V. P. Larionov Institute of Physical and Technical Problems of the North SB RAS, Yakutsk*

A new algorithm for determining the heat flow density on the soil surface is proposed; the realistic numerical modeling of the soil thermal regime is accomplished through improving the boundary conditions. The paper shows the efficiency of the algorithm for computational model problems with an exact solution. The dependence of determining the heat flow density for accurate input temperature values on different initial approximations of the desired parameters and on temperature sensor locations at different depths is considered. The heat flow density on the natural and exposed experimental sites has been determined. The suggested algorithm is recommended to determine the heat flow density in modeling the thermal state of frozen soils.

Keywords: frozen soils, soil temperature, inverse heat conduction problem, heat flow.

REFERENCES

- Alifanov, O. M., Budnik, S. A., Nenarokomov, A. V., Netelev, A. V.*, 2014, Inverse-Problem Diagnosis of Front Shield Heating Effects for a Descending Vehicle, *Proceedings of the Conference "Heat Exchange Processes"*, Moscow, MEI, pp. 1280–1283 [In Russian].
- Alifanov, O. M., Artyukhin, E. A., Rumyantsev, S. V.*, 1998, Extreme Methods of Solving Incorrect Problems, Moscow, Nauka [In Russian].
- Hamidreza, Najafi, Woodbury, K. A., Beck, J. V.*, 2015, A Filter Based Solution for Inverse Heat Conduction Problems in Multi-Layer Mediums, *Intern. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 83, pp. 710–720.
- Pavlov, A. V.*, 1975, **Soil-Air Heat Exchange in Northern and Middle Latitudes of the USSR Territory**, Yakutsk, Book Publishers.
- Pavlov, A. V.*, 1979, Landscape Thermal Physics, Novosibirsk, Nauka [In Russian].
- Pavlov, A. V., Perlshtein, G. Z., Tipenko, G. S.*, 2010, Current Aspects of Modeling and Predicting Thermal States of the Cryolithic Zone in Changing Climate Conditions, *Earth Cryosphere*, vol. 14, no. 1, pp. 3–12 [In Russian].
- Permyakov, P. P.*, 1989, Parameter Identification for the Heat-Moisture Transfer Mathematical Model Developed for Frozen Rocks, Novosibirsk, Nauka [In Russian].
- Samarsky, A. A., Vabishchevich P. N.*, 2009, Numerical Methods of Solving Inverse Problems in Mathematical Physics, Moscow, LKI Publishers [In Russian].
- Woodbury, K. A., Beck, J. V., Hamidreza, Najafi.*, 2014, Filter Solution of Inverse Heat Conduction Problem Using Measured Temperature History as Remote Boundary Condition, *Intern. Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 72, pp. 139–147.
- Zhirkov, A. F., Varlamov, S. P., Zheleznyak, M. N.*, 2016, Results of Annual Observations of Soil Temperature Conditions in Natural Environments and in Disturbed Soil Covers, *Proceedings of the 5th Conference of Geocryologists*, Moscow, Univ. Book, Part 6, pp. 52–58. [In Russian].